算数科における素地的な学習活動についての研究 †

―数直線に焦点をあてて―

岩澤　亜弥 *・日野　圭子 **
宇都宮大学大学院 *
宇都宮大学教育学部 **

本研究の目的は，「数と計算」の領域で，内容間のつながりの媒介としての数直線に焦点を当て，段階を踏んだ数直線の指導の在り方を検討することである。そのために，まず，先行研究や平成 20 年に改訂された学習指導要領などを参照し，数直線の段階表（段階Ⅰ～Ⅴ）を作成した。次に，段階表に基づき，第４学年の乗法の指導において，第５学年の関連する内容とのつながりを円滑にするために，数直線を用いた学習活動を計画し，実施した。授業では，整数の範囲での乗法という既習の内容を用いて，数直線の新しい見方や使い方（段階Ⅳ）を扱った。児童にとって，既習の範囲内であっても，問題の捉え方や解き方を，数直線を用いて表すこと・読むことは，新鮮な活動であった。また，既習の内容であっても，問題を工夫したり，異なる解法の関連づけを促したりすることで，数直線の新しい見方や使い方のよさを児童が感じる機会を与えることが可能であることが分かった。

数直線を用いて表したり読んだりする力は，自然に身につくものではなく，明示的な指導・支援が必要である。その際，児童が数直線のよさを認識するような工夫を，授業の中に取り入れていくことが重要である。

キーワード：数直線，素地的な学習活動，倍の考え，小数の乗法

１．はじめに

算数・数学科では，教科の特性である系統性を踏まえた教育課程や指導のあり方が常に問われてきた。新しい学習指導要領では，「スパイラル」なカリキュラムの構成は，特徴の１つである。１つの内容を一度教えて終わるのではなく，次に学ぶ関連する内容とのつなぎを丁寧に扱ったり，次の内容の中に学び直しの機会を取り入れたりすることが，校種内でも校種間でも取り入れられている。スパイラルな構成は，児童・生徒の学習意欲を高める方策の１つともなっている。

本研究では，算数科「数と計算」の領域において，単元と単元のつながりを円滑にすることを意図し，数直線という道具に焦点を当てて考察を進める。数直線は，以下で述べるように，小学校の全学年にわたって指導されている。しかし，指導される数直線の種類も，使い方も多種多様である一方，児童にとっては理解が難しいという報告もある。本研究では，数直線がよりいっそう児童にとっての思考の道具となるように，段階を踏んだ指導のあり方を検討することを目的とする。具体的には，次の２点についての考察を行う。

- 先行研究に拠りながら，小学校での数直線の扱い方の段階表を作成する。
- 段階表に基づき，「乗数が整数の場合の小数の乗法」（第４学年）の単元の終わりに，「乗数が小数の場合の乗法」（第５学年）とのつながりを意図した学習活動を計画し，実施した結果を考察する。

２．研究の枠組み

(1) 算数科における数直線

数直線とは，一つの直線を横にかき，その上の点に数を一定の方法で対応させた直線のことである。数のモデルの１つとして，数についての性質や関係を直観的にとらえやすくするはたらきがある。[1)] 小

† Aya IWASAWA*, Keiko HINO**: A Study of Mathematical Activity That Lays the Foundation for the Learning of Related Mathematical Content.

* Graduate School of Education, Utsunomiya University
** Faculty of Education,Utsunomiya University

学１年で「かずのせん」として登場し，その後，様々なバリエーションが扱われていく。数直線の使い方としては，概ね３つを区別することができる。[2)]

- 新しい数を数直線上に表す
- 数と数の大きさを比べる
- 計算の仕方を表す，説明する

児童は，内容に即して，これらの使い方を指導される。しかしながら，どのような数直線が実際に児童に示されるのか，どのような場面でどのような使い方が指導されるのかは，教科書によって違いがあり，必ずしも同一ではない。また，児童にとって，数直線は必ずしも理解を助ける道具とはなっていないことを，幾つかの研究が示してきている。例えば，山本[3)]は，乗除法を適用して解く問題と割合の問題の解決における数直線や線分図等の効果を調査しているが，図が問題解決にプラスに寄与したと思われる問題は，第５，６学年ともに５問中１問に過ぎなかった。逆に，図が逆にマイナスに寄与したと思われる問題も存在した。加藤[4)]は，第５，６学年の児童を対象に，小数の除法の問題場面での数直線の利用の仕方を調べた。両学年とも半数弱の児童が，算数の学習で数直線をあまり使わない，殆ど使わないと答えたと述べている。

数直線を使って学習指導を行うには，児童が数直線自体を使いこなせるようになる必要がある。そのためには，教師が児童の学習段階や学年に応じた，数直線の指導を行わなければならない。この点で，課題が残されていることが分かる。

(2) 数直線の段階表の作成

これまで行われてきている数直線に関わる研究では，乗除法の意味の拡張を扱ったものが多い。数学教育現代化の時代に，割合の概念の指導が重視されることに伴い，数直線を使っての乗法の意味の指導が行われるようになった。[5)] そして，今日に至るまで，数直線を活用した乗除法の意味の指導，また関連して，小数や分数の乗除法の計算の仕方を児童が考えることを促す指導について，数多くの研究が行われてきている。[6)]

しかし，(1) で見たように，数直線は内容間のつながりを円滑にするための重要な媒介の道具であるが，全学年を視野に入れて，その媒介物としての側面を打ち出した研究はあまりない。[7)] その中で，白井ら[8)]は，乗法・除法の演算決定の方法の中で，数直線が最も有効であるという立場に立ち，数直線の有効性を明らかにしている。更に，数直線を進んで活用し，演算決定ができる児童の育成を目指し，数直線の系統的な指導について，実践事例を踏まえて研究を行っている。研究の中で，白井らは，児童が数直線のよさを感じ，進んで演算決定に活用していくために踏んでいく段階を，次のように設定した。

Ⅰ	数を数直線上の点に表すまでの段階
Ⅱ	異種２量の数直線に移行する段階
Ⅲ	数量の対応をつかむ段階
Ⅳ	比例的な関係を基に演算を決定する段階
Ⅴ	活用する段階

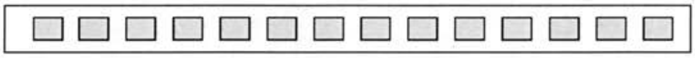
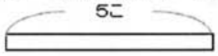
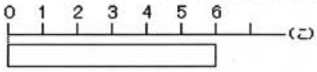
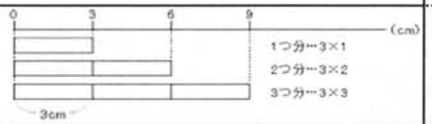
そして，この分類に基づいて，より詳細な学習段階を示したものである「乗法・除法の演算決定に有効にはたらく数直線の系統的な段階表」を作成した。

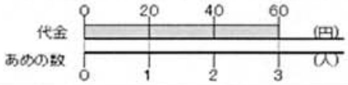
本研究では，白井らの研究の成果である数直線の系統的な段階表を拠り所とする。但し，段階表の作られた年が 1997 年であるため，平成 20 年改訂の学習指導要領や教科書[9)]に照らし合わせながら，段階表の一部について修正を行い，次頁のような表を作成した。ここでは，修正を行った主な部分について，簡単に述べることにする。

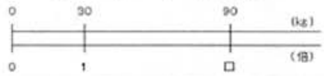
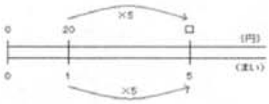
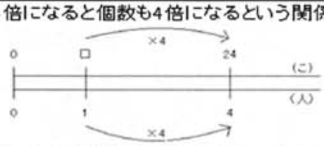
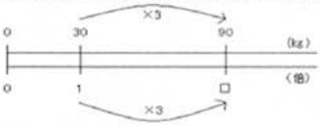
段階Ⅰでは，「具体的な実物の絵から抽象的なブロック図に移行する」場面を追加した。教科書での数直線では，ⅡやⅢの段階でもテープ図ではなく，具体的な絵を用いていることが多かった。抽象的な表現が児童にとって困難であるならば，いきなりテープ図の表現へ移行できないと判断し，段階表の②の場面の前にブロック図への移行（①）を明記した。

段階Ⅱでは，まず，白井らにおいて段階Ⅰの最後に分類されていた「テープ図に表した量を数直線上の点としてみる見方を知る」場面を，段階Ⅱの最初（③）として扱った。段階Ⅰの内容を，乗法・除法の段階表だけでなく，ここには掲載してはいない加法・減法の段階表に関して共通の基礎段階として区別し，表を見やすくするためである。また，白井らの段階Ⅱの最後の部分は，テープ図が数直線から取り除かれる段階であるが，テープ図が数直線からどの程度取り除かれているかという点においては，教科書では段階Ⅳ以降もテープ図と併せて数直線が使われるなど複雑である。そのため，１つの部分として括らずに，数直線の上段が によって幅を読み取っているものを⑤とし，数直線の上下段を，数直線の０からの大きさを目盛りから読み取っ

<table>
<tr><th>段階</th><th>子どもの中に積み上げられていく内容</th><th>扱う学年の目安</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Ⅰ 数を数直線上に表すまでの段階</td><td>・数の線及び数の系列を知る。

</td><td rowspan="2">1年 2年 3年 4年 5年</td></tr>
<tr><td>・ものの個数を正しく数える。</td></tr>
<tr><td>①具体物からブロック図で数量を表す。
</td><td>2年</td></tr>
<tr><td>②テープ図に表し、テープの左端から右端まででいくつという見方を知る。

</td><td rowspan="7">3年</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Ⅱ 異種2量の数直線に移行する段階</td><td>③テープ図に表した量を数直線上の点としてみる見方を知る。

</td></tr>
<tr><td>④乗法の指導で、テープ1つ分、2つ分、…をそれぞれ分けてかき表し、1本の数直線に対応する点をかき入れる。

</td></tr>
<tr><td>⑤テープを1つ分、2つ分、…と分けずに1本に表し、どこまでが1つ分か、どこまでが2つ分かを、もう1本の数直線に表す。

</td></tr>
<tr><td>⑥2本の数直線で数量の関係を表す。テープは徐々に取り除いていく。

</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ⅲ 数量の対応をつかむ段階</td><td>⑦問題文より、異種2量(ex.枚数と金額)を見つけ出し、1枚20円なら、5枚では□円という対応関係をつかむ。(答えが分かった後、□に数値をかき入れる)

</td></tr>
<tr><td>⑧問題文より異種2量(ex.重さと倍)を見つけ出し、30kgをもとにすると、90kgは30kgの□倍という対応関係をつかむ。(答えが分かった後、□に数値をかき入れる)

</td><td rowspan="6">4年 5年 6年</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Ⅳ 比例的な関係を基に演算を決定する段階</td><td>⑨1枚20円なら、5枚では100円という結果より、枚数が2倍、3倍になると金額も2倍、3倍になるという関係を見いだす。
20×5＝□

</td></tr>
<tr><td>⑩人数を表す数直線が4倍になると個数も4倍になるという関係を見いだす
□×4＝24
□＝24÷4

</td></tr>
<tr><td>⑪倍を表す数直線が□倍になると重さも□倍になるという関係を見いだす
30×□＝90
□＝90÷30

</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ⅴ 活用する段階</td><td>⑫演算決定の根拠を説明する際、数直線が有効であることに気づき、進んで用いる。</td></tr>
<tr><td>⑬数直線上の点の配置より、答えを求める前に結果の見通しをたてることがたやすいことに気づいたり、求めた答えの確かめに有効であることがわかり、進んで活用する。</td></tr>
</table>

ているものを⑥として細分化した。

段階Ⅲ以降は，白井らのものを踏襲した。但し，段階Ⅳに関して，整数から小数・分数への数の拡張を基準に段階を細分化している部分があったが，本研究では数直線の系統的な学習に焦点を当てて段階表を作ったため，細分化はしていない。

(3) 乗法の指導における，数直線を用いた素地的な学習活動の取り入れ

数直線が児童の思考の道具として，新しく学ぶ内容の理解に貢献するためには，それ以前の内容の学習時に，児童が数直線の使い方を知り，数直線に慣れておく必要がある。また，児童なりに，数直線のよさを認識しておくことが大切である。このような「数直線を用いた素地的な学習活動」を低学年のうちから取り入れていく必要がある。

こうした考えに立ちながら，本研究では，「数直線を用いた素地的な学習活動」を取り入れた授業を，「乗数が整数の場合の小数の乗法」（第４学年）の単元の最後に計画した。第４学年で学習する「乗数が整数の場合の小数の乗法」では，段階Ⅲに相当する数直線が教科書には記載されるが，数直線を主な手段として用いなくても問題を解くことが出来るため，児童が単元内で数直線のよさに触れる機会は少ない。しかし，第５学年で学ぶ「乗数が小数の場合の小数の乗法」では，累加の考え方から倍の考え方に移行するため，数直線を用いて考える場面が増える。ここでは，段階Ⅳに相当する数直線が説明の手段として現われることになる。このとき児童は，新しい概念としての「乗数が小数の場合の小数の乗法」と，まだ使い慣れていない数直線での倍の考え方という，２つのことを同時に学習しなければならない。筆者らは，この二重の新しい内容の学習が，児童の理解の困難の原因となりうると考える。

このような状況を改善するために，「乗数が小数の場合の小数の乗法」に入る前に，段階Ⅳの数直線の表記に関する活動を取り入れることを計画した。具体的には次の２点を行った。

- 既習の学習内容の範囲で数直線に重点をおいた授業の時間を設けて，段階Ⅳの数直線の基本的な表し方や読み方を指導する。
- 数直線の有用性を感じるために，やや難易度の高い問題を用意し，数直線を用いて演算を決定したくなるような状況を作る。

３．授業の計画

(1) 対象児童と日時

本授業は，栃木県内の公立Ｓ小学校の第４学年１クラスの児童（合計 31 名）を対象に計画し，2010 年 12 月に実施した。

(2) 事前調査の結果

授業を計画するにあたって，児童の数直線に関しての実態を把握するために小テストを行った。小テストでは，段階Ⅱ～Ⅳの数直線についての理解や使用の仕方を調査した。[10] その結果，段階Ⅱ，Ⅲについても，数直線の理解，使用の状況は芳しくないことが分かった。特に，次の３点が明らかになった。

① 簡単な問題では，児童は数直線のよさを感じることが出来ない。

調査問題の正答率と図の利用を比較してみると，正答率が低くなるほど，図を利用して解こうとしている児童が多くなっている。また，図を利用する理由では「式を考えるとき」が多く，図を利用しない理由では，「計算だけで答えが出たから」という意見がほとんどであった。

② 児童は立式の際に，根拠が曖昧なまま演算決定を行っている。

Ｔ小児童のみに出題した「5m のねだんが 260 円のリボンを 15m 買いました。代金はいくらになるでしょうか？」という問題では，数値をすべて整数にしたにもかかわらず，正答率が 30.8%と予想以上に低い結果となった。この問題での誤答は，260×15 や 260×5 であり，問題中の数値の一部を使用しないで計算し，式をうまく立てられない児童が目立った。

③ 倍の考え方は，児童が頭の中だけで処理することが，困難である。

②と同じ問題で，15÷5＝3，260×3＝780 と立式した児童は 7.7%（３名）であった。式を立てる上で必要な，「5m を 1 として考えると，15m は 5m の 3 倍あたるので，5m のときの値段 260 円を 3 倍すれば 15m のときの値段になる」という倍の考え方を，頭の中で整理し式に表すことが難しいことが分かる。この問題で図を利用したと回答した児童は，23.1%（39 名中 9 名）であり，さらに正答した児童はわずか３名である。児童のかいた図をみると，数直線を正確にかけない児童が多く，自分でかいた数直線を演算決定に役立てられていなかった。

調査の結果を受けて，授業においては，いきなり２本の数直線を扱うのではなく，テープ図を併せた

段階Ⅲの数直線から始めることにした。また，段階Ⅳの数直線の有用性を児童に感じてもらうことを目指して，幾つかの手立てを考案した。

・ 1にあたる大きさが問題文にかかれていない問題を扱い，数直線を利用して問題を解くことで，見通しをもって問題に取り組めるようにする。(①，②の結果からの示唆)
・ 倍の考え方を矢印で図示することを指導する。数の関係を視覚的に表すことで，図に考察の過程を1つずつかきこむことができ，一度にたくさんのことを考えなくても済むようになるからである。(③の結果からの示唆)

(3) 授業のねらいと展開計画

授業では，次の3点をねらいとした。

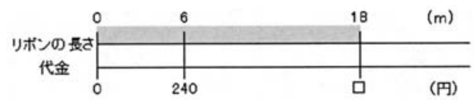
・ 数直線を演算決定に役立てることができる。
・ 数直線を用いて，比例関係を表そうとする。
・ 1以外の数をもとにする考え方を表すには，数直線を用いると便利であると分かる。

そして，2種類の学習問題を扱い，ア～キのような展開を計画した。

ア 問題を読み，実際のリボンを見て答えの見通しをたてる。

問題：さとるさんは，クリスマスのかざりつけのためにリボンを買いに行きました。6m のねだんが 240 円のリボンを 18m 買うと，代金はいくらになるでしょうか。

イ 問題の内容を，以下のような数直線にまとめる。

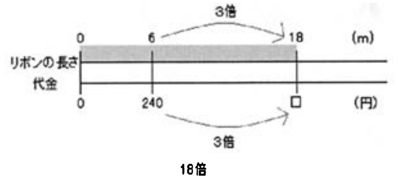


ウ 問題を各自で解き，早く終わった児童は黒板に式をかく（A，Bは予想される反応）。

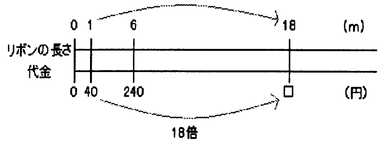
A：18÷6＝3　　240×3＝720
B：240÷6＝40　　40×18＝720

エ 友達の式による発表と，教師の数直線を用いた補足説明を聞き，以下のようにまとめることで，数直線での倍の表し方を知る。

A



B



オ 類題を各自で解く。

類題：さとるさんは，6m のねだんが 240 円のリボンを，2400 円分買いました。さとるさんはリボンを何 m 買ったのでしょうか。

カ （時間があれば）発表者が黒板の数直線に数値をかきこみ，式をかいて説明する。説明で数直線を用いなかった場合は，他の児童が数直線で説明する。

キ まとめをし，授業の感想をワークシートに書く。

4．結果と考察

(1) 各場面での授業の様子

ア 実物の6ｍリボンを提示し，18mのときの答えが大きくなることを実感させた。また，6ｍリボンを，板書したテープ図で表すことを丁寧に扱い，テープ図に対して具体的なイメージを持たせた。

イ 児童とのやりとりをしながら，問題を数直線に表現した。テープ図に 18mをかき込んだあと，6ｍの大きさをかく際には，児童から「ストップ」と言ってもらった。その結果，18mのほぼ3分の1の位置に6ｍをかき込むことができた。

ウ 児童のワークシートを見ると，31 名中 29 名がAの解法で問題を解いていた。残りの2名中1名はBの解法で，1名はAとBの両方で解いていた。

エ Aの解法について，式と答を 1 名が板書し，2名の児童が説明をした。

C：6mは 240 円だから 18 を6で割ると，18 の中に3こ，18 の中に6が3こあるってことだから，6mは 240 円だから，240 円を3倍するとなる。

どちらからも，キーワードとなる「3分の1」や「3倍」といった発言を聞くことができた。また，児童から「3倍」という発言を引き出した。

Bの解法を説明する場面では，教師が式と答を板書し，その式の意味を児童に考えさせた。1 名の児童に説明をさせた結果，他の児童達から「分かった」というつぶやきが多く聞こえた。児童が式の意味を理解したと判断し，その流れのまま数直線の説明に移った。数直線によるまとめでも，「1m の 18 倍」という関係を児童の発言から引き出すことができた。

オ 類題では，児童は2通りのやり方で問題を解いていた。2400÷240＝10，6×10＝60 で求めた児童は 26 名，240÷6＝40，2400÷40＝60 で求めた児童は3名，2通りの方法で解いた児童は2名いた。

カ まず，2400÷40＝60 の式を児童が説明し，教師が数直線で補足した。

C:2400円から1mの値段の40円を割って2400÷40で60。
T:今言ってくれたとおり，2400っていうのを40で割ると60が出てきます。この60って何？単位は？
C：メートル。
T:メートル？本当に？2400÷40っていうのは，下の円の値段の話でしょ？そうすると，この60は実は60mの60じゃなくて，60・・？（数直線の下の"→"を赤色でかく）
C：倍？
T：そう倍の60なんです。（"60倍"を赤色でかく）

この解き方では 2400÷40＝60 という式が出たが，上のやりとりが示すように，60 を答の 60m だと考えている児童が多かった。

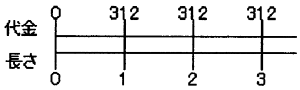
同様に 2400÷240＝10, 6×10＝60 の式を説明した。

C：2400÷240＝10で，その10は240を10倍して2400になって下が10倍だから上の6mも10倍して60mです。（児童の説明に合わせて，数直線をたどる）
T： 2400÷240の10はここ。なので6×10。この10っていうのは単位は10・・・？
C：倍。
T：そう，倍です。上が10倍なので6×10が60。

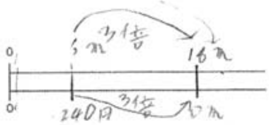
キ　ワークシートでは,「数直線を使うといろんな式が立てられる」「数直線のかき方が分かった」など，数直線のかき方と使い方に関する感想が多数を占めた。「意味が分からないところがあった」「難しかった」という意見もあり，数直線を継続的に使っていく必要があると感じた。

(2) 注目児童Ｉさんの様子

事前調査の問題全てに正答しており，図の利用も全ての問題で見られた。図の使用に関するアンケートでは,「問題を理解するとき」に使用したと述べていた。Ｉさんの図(右図）に見られる特徴として，上段に累加の目盛りを振るというものがある。これは，段階表のⅡ⑤に該当する。

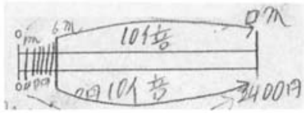


イの自力解決の場面では, 240×3＝720 という式を立て，答えを求めることができた。しかし3という数値が式もなく出てきたため，机間指導において「3 は何なの？」という問いかけを行うと，教師のアドバイスを受けながらも，18÷6＝3という式をかき足すことができた。



オの自力解決の場面では，まず，240÷6＝40 の式から 1m 分の値段を求めるが，その後どうしたらよいのか分からず，式を消してしまう。次に新しく 2400÷240＝10 の式をかくが，そこで手が止まってしまう。また，教師から「10は何を意味しているの？」と尋ねられると，悩んでしまった。

カにおいて，児童に解法を発表してもらう場面では，他の児童の発表を聞き，6×10＝60 という式をかき写した。発表を聞き，10は何を意味しているのかについて納得しているようであった。



数直線に関しては，上の図が示すように，授業を通してＩさんが，段階Ⅳのものを使って表現する経験をしていることが分かる。

(3) 事後調査の結果

事後調査は，授業実践から約１ヵ月後に行った。問題は１題で，以下の通りである。

6mのねだんが240円のリボンを960円分買いました。リボンをいくら分買ったのでしょうか。

ここでは，児童が自力で数直線をかき，それを基に演算決定をしているかどうかを調査した。正答率は 67.7%（31 名中 21 名）で，数直線が正しくかけた割合は 87.1%であった。事前調査での数直線の利用が平均して 40%前後であることと比べると，数直線を自力でかけるようになっているといえる。しかし，問題自体の正答率よりも，数直線の正答率の方が高いという結果は，数直線を演算決定に利用できていない児童がいることも示している。但し，事前調査では数直線に倍の矢印をかいた児童はいなかったが，事後調査では図に４倍を表す矢印をかきこんでいる児童が 10 名いた。少しずつ，数直線の使い方は進んでいるようである。

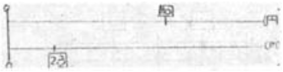
Ｉさんは，倍を表す矢印をかきこんではいなかったものの，問題を数直線に正確にまとめることができており，事前調査と比べると，数直線での表現について進展が見られた。また，240÷6＝40，960÷40＝24 と 960÷240＝4, 4×6＝24 という２通りの方法で問題を解いていた。ここでも，授業を通しての進展が伺える。

(4) 考察

今回の授業は，第４学年の乗法の学習において，段階Ⅳの数直線の表し方や読み方を知ると共に，そのような数直線が演算決定の見通しを与えてくれる等のよさを持っていることを感じることを目指した。

数直線の表し方や読み方については，事前調査の

時点から，それ以前の段階にある数直線であっても，必ずしも児童は適切な知識を持っているわけではないことが分かった。例えば，Ⅱ④の数直線に



関わって，テープに対応して目盛りを正しく読み取ることが難しい児童が 70 名中７名いた。また，数直線で問題を表す際に，上図のように２本の線を独立に描いた児童はⅡ⑤における困難を示している。一方，Ⅲに属する数直線がかけた児童は６名に過ぎなかった。授業でも，教師による数直線へのまとめ方を見ながら，数直線や倍関係を示す矢印を，プリントにかき写している児童が多数見られた。また，求める値が代金から長さに変わった類題を解く際にも，教師や友人が黒板にかいた数直線を真似ながら，自分なりに数直線で表したり，読みとったりしていた。

児童にとって，数直線という特定の表現様式に基づいて問題場面を表現する力は，自然に身につくものではなく，明示的な指導・支援が必要であることが分かる。とりわけ，計算の途中で出てきた数値が倍を表す数であると分からないまま，答えを求めている児童が多いことが分かった。児童の解法を，数直線に表す際には，倍を表す矢印をかきこみながら説明すること，また，児童に倍の表し方を数直線にかきこむように指導することが重要である。

段階Ⅳの数直線のよさに関しては，１にあたる大きさが問題文に書かれていない問題を使い，児童の気づきを促すように配慮した。１にあたる大きさが問題文にあるか否かが難易度に大きく影響することが，事前調査から分かったためである。実際，授業においても，注目児童に見るように，１が問題文にかかれていないことから，それまであまり意識することのなかった「３」（倍）の意味や，「40」（1m 分の値段）意味が繰り返し問題になった。そして，１つ１つの数値の意味を確認し，それらを，数直線を使って表現する機会を持つことにつながった。これまで意識されにくかった比例の関係が，矢印によって視覚化されることになったと言えるだろう。

また，授業では，A と B の２つの異なる解法を数直線で表現する際に，倍の矢印に関して，出来るだけ表現の仕方を統一した。B の帰一法による解法は，「6m で 240 円」から「1m で 40 円」を求める部分でも比例関係が使われており，この部分も矢印を使って表現することができる。しかし，授業では，その部分の矢印は省略し，A と同様に，２本の矢印を使って表現した。このような表現の統一が，児童に与えた影響は明らかにはならなかった。但し，B による解法を考えたにもかかわらず，最初の問題では数直線に表現していなかったが，類題では，数直線に２本の倍関係を示す矢印を使って表現するようになった児童が確認された。この児童は，自分の解法を支える倍の考えを，より意識化できたのではないかと推察される。

５．研究のまとめと今後の課題

本研究では，算数科「数と計算」の領域において，単元と単元のつながりを円滑にすることを意図し，数直線という媒介物に焦点を当てて考察を進めた。そして，数直線が児童にとって思考の道具となるように，段階を踏んだ指導のあり方を検討した。本研究の結果は，次の２点にまとめられる。

第１に，先行研究や教科書をもとに，６年間にわたる数直線の段階表（段階Ⅰ～Ⅴ）を作成した。この段階表では，具体物のブロック図等による表現から始まり，乗法・除法の演算決定や計算の仕方を考える上での数直線へと徐々に移行が可能となるように，主な数直線の種類や役割を整理した。このような系統的な段階表を作ることで，学年間のつながりを把握しやすくなり，特定の学年での指導をする上での注意事項が見えてくると考える。

第２に，段階表に基づき，「乗数が整数の場合の小数の乗法」（第４学年）の単元の終わりに，「乗数が小数の場合の乗法」（第５学年）とのつながりを意図した学習活動を計画・実施した。ここでは，第４学年の内容に対して，段階Ⅳの数直線の指導をすることを意図した。筆者らの仮説は，「新しい概念」と「道具の新しい見方や使い方」を同時に導入するのではなく，新しい概念の学習には既習の道具を用い，道具の新しい見方や使い方の学習では既習の概念を用いることが有効なのではないかというものである。仮説に基づき，整数の範囲での乗法という既習の概念を用いて，数直線の新しい見方や使い方（段階Ⅳ）を扱った。

その結果，児童にとって，既習の概念の範囲内であっても，問題の捉え方，解き方を，数直線という特定の表現を用いて表す，また，読むことは，新鮮な活動であったようだ。更に，整数の範囲の乗法ではあっても，数直線の新しい見方や使い方のよさを感じる機会を与えることが可能であることが分かっ

た。１にあたる大きさが明示されていない場合の問題解決への困難は，数直線のよさを考える１つの機会であった。また，式で表すと全く異なるように見える解法が，「もとにする合成単位を何倍かする」という同じ考えで捉えられるということも，数直線上での表現のよさを児童が認識する機会を与えるのではないだろうか。

同時に，今後探究すべき課題も残されている。１つは，段階Ⅳへの移行を円滑にするような段階Ⅱ，段階Ⅲの指導の在り方についての探究である。事前・事後調査において，段階Ⅳに至る前の，段階ⅡやⅢの数直線の理解が不十分な児童が少なくないことが分かった。理解不足は，数直線を使うことに対する意欲が低いことにもつながっていると考えられる。新しい教科書の中には，これらの段階の指導が強化されているものも見られる。小学校だけでなく中学校へとつながる関数的な考え方を育てる上でも，「変化」と同時に「対応」の考えを丁寧に扱う必要があるだろう。

また，数直線のよさを，児童が感じることができるような場面を検討し，各学年での授業の中に取り入れていくことを考える必要がある。それは，私達教師が予想していないような小さな部分，あるいは，違った観点であるかもしれない。今回取り扱った「１にあたる大きさが問題文中にない」ということの他にも，比例的推論の研究を参照すると，単位を取り直したり，「半分」「３分の１」等の下位単位を考えたり，使ったりする経験が重要であることが述べられている。[11] こうした思考方略を，数直線を使いながら顕在化させていくことも，児童に数直線のよさを感じさせる機会となるのではないだろうか。

本研究では，一授業を実践したに留まった。本来ならば，授業実践を行った児童が第５学年になって，乗数が小数の場合の小数の乗法の単元に入った際の授業風景を見る必要があるが，今回は出来ずに終わった。今後，機会があれば是非，複数の学年にわたる実践を行ってみたい。そして，どの学年を担任しても児童に数直線の段階的な指導を行えるように，より幅広い学年と単元での数直線指導を計画し，実行していきたい。

注及び参考文献

1) 日本数学教育学会（編著）. (2009).『算数教育指導用語辞典（第四版）』教育出版.

2) 文部科学省. (2008).『小学校学習指導要領解説・算数編』東洋館.

3) 山本正明. (1995).「問題解決における数直線や線分図等の図の効果」『日本数学教育学会誌』77(8), 2-8.

4) 加藤久恵. (2009).「数学学習における数直線の利用とメタ認知」『第 42 回数学教育論文発表会論文集』235-240.

5) 中島健三. (1981).『算数・数学教育と数学的な考え方』金子書房.

6) 例えば，次の研究を参照のこと。
- 中村享史. (2002).「割合指導に関する研究の動向と今後の方向」『日本数学教育学会誌』84(8), 14-21.
- 田端輝彦. (2003).「数直線を活用した欠損値問題の教授学習過程」『日本数学教育学会第 36 回数学教育論文発表会「課題別分科会」発表集録』152-159.

7) 中高学年を視野に入れたり，１学年内での複数の単元を視野に入れたりして，統合的な指導改善を図っている研究はある。そこでは，数直線や線分図が媒介の道具として積極的に使われている。（佐藤満. (2008).「比例的推論の発達を促す統合的な授業の効果に関する研究」『上越数学教育研究』23, 53-64；布川和彦. (2009).「比例的推論を利用した割合単元の構想と児童の学習過程」『上越数学教育研究』24, 1-12.）

8) 白井一之他. (1997).「乗法・除法の演算決定に有効にはたらく数直線の指導」『日本数学教育学会誌』79(6), 51-56.

9) 本研究では，澤田・岡本 (監修)『小学算数』教育出版を参考にした。授業を行ったクラスはこの教科書を使用している。

10) 事前調査は，授業実施クラスに加えて，公立Ｔ小学校の第４学年１クラス（39 名）にも行った。以下の考察は，Ｔ小のクラスも加えて行っている。

11) 例えば，次の研究を参照のこと。
- 高橋久誠. (2000).「小数の乗法の授業構成に関する考察」『上越数学教育研究』15, 85-94.
- 布川和彦. (2006).「比例的推論の授業における小学校４年生の学習の様相」『上越数学教育研究』21, 1-12.
- 布川和彦. (2007).「小学校３年生による比例的推論の課題の解決」『上越数学教育研究』22, 1-10.